

ROBOT LENGAN LENTUR DUA-LINK SEBAGAI ALTERNATIF UPAYA PENINGKATAN EFISIENSI ENERGI ROBOT PEMBAWA BARANG

(TWO-LINK FLEXIBLE MANIPULATOR AS AN ALTERNATIVE IN IMPROVING ENERGY EFFICIENCY OF MANIPULATOR ROBOT)

Moh Khairudin

Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta
JI Colombo No.1 Yogyakarta
e-mail: moh_khairudin@uny.ac.id

Abstrak

Pemodelan dinamis dan karakterisasi pada robot lengan lentur (*flexible*) dua-link (RLDL) sebagai alternatif robot lengan yang lebih ringan sehingga lebih efisien dalam konsumsi energi listrik dibandingkan dengan robot lengan biasa. RLDL ini menggabungkan fungsi redaman struktur, inersia pada penghubung lengan, dan beban lengan yang bergerak pada arah horizontal. Pengembangan model dinamik sistem menggunakan metode modus kombinasi Euler-Lagrange dan metode modus yang diasumsikan. Berbekal model yang dikembangkan selanjutnya dilakukan simulasi untuk meneliti model dinamik dan respon sistem pada *hub* dan titik akhir dari kedua link yang disajikan dan dianalisis dalam fungsi waktu dan fungsi frekuensi. Berdasarkan hasil pengujian didapatkan bahwa dengan input bang-bang yang relatif kecil 0.15 volt dapat menggerakkan lengan satu 55° dan lengan dua 122° . Hasil ini menunjukkan penggunaan energi yang lebih efisien bila dibandingkan dengan robot lengan biasa yang memerlukan input besar untuk mendapatkan gerakan lengan yang besar.

Kata kunci: efisiensi energi, pemodelan, robot lengan lentur

Abstract

The dynamic model and characterization of a two-link flexible manipulator as an alternative for manipulator robot to achieve the efficiency on consuming electrical energy comparing with rigid manipulator. A planar two-link flexible manipulator was combined with structural damping, hub inertia and payload that moving horizontally. A dynamic model system was developed using the combination of Euler-Lagrange and assumed mode methods. Armed with the developed model, then some simulations were done to examine the dynamic model and the response of the system on the hub and the end point of both link that were presented and analyzed in function of time and frequency. The results show that the bang-bang input of 0.15 volt can move the link-1 on 55° and link-2 on 122° respectively. It means that the dynamic model uses more efficient energy compared with rigid manipulator robot which required bigger input for moving.

Keywords: energy efficiency, flexible manipulator, modeling

PENDAHULUAN

Robot lengan lentur (*flexible*) memiliki beberapa keunggulan dibandingkan robot

lengan biasa (lengan kaku). Robot lengan lentur (*flexible*) membutuhkan material penyusun yang lebih sedikit (tipis), lebih ringan,

lebih hemat dan efisien dalam konsumsi sumber energi, memerlukan aktuator yang lebih kecil dibandingkan robot lengan biasa, juga lebih dapat dikemudikan dan diangkut. Hal ini menjadikan pada robot lengan lentur (*flexible*) terdapat pengurangan rugi finansial sehingga lebih murah secara operasional, akan tetapi mempunyai kekuatan daya angkut yang sama untuk spesifikasi yang sama pada panjang lengan yang sama. Robot lengan lentur (*flexible*) merupakan jenis robot yang banyak digunakan seperti pada pemindahan barang sederhana, kerja robot industri pada skala mikro, pemeliharaan peralatan nuklir dan jenis robotika ruang angkasa (Dwivedy & Eberhard, 2006).

Berdasarkan pada sifat-sifat kelenturan sistem dan dinamika yang nonlinear serta kompleksitas sistem maka akan diperoleh karakteristik sistem. Permasalahan muncul karena kurangnya penginderaan, getaran yang disebabkan kelenturan sistem, posisi yang tidak akurat serta kesulitan dalam memperoleh model yang akurat untuk robot lengan lentur dua-*link* (RLDL) (Martins, *et al.*, 2003).

Kompleksitas masalah meningkat pada RLDL dengan adanya beberapa faktor lain seperti penghubung antara kedua *link* yang harus dipertimbangkan dalam pemodelannya. Selain itu, kompleksitas ini menambah masalah ketika RLDL membawa beban. Secara praktis, sebuah robot diperlukan untuk melakukan tugas tunggal atau

berurutan seperti untuk mengambil beban, memindah barang ke lokasi yang ditentukan atau sepanjang lintasan yang direncanakan untuk tempat beban. Investigasi sebelumnya telah menunjukkan bahwa perilaku dinamik robot lengan lentur secara signifikan dipengaruhi oleh variasi muatan (Tokhi, Mohamed, & Shaheed, 2001). Apabila keunggulan pada robot lengan lentur (*flexible*) terkait dengan ringannya *body* robot yang tidak harus diabaikan, maka perlu dikembangkan model yang akurat serta efisien sebagai bahan untuk menyusun strategi sistem kendali yang cocok.

Tujuan utama pada pemodelan RLDL adalah untuk mendapatkan model yang akurat mewakili karakteristik sistem yang sebenarnya. Pemodelan robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link* telah banyak dipaparkan. Berbagai pendekatan telah dikembangkan, model yang utama dapat diklasifikasikan menjadi dua kategori yaitu pendekatan analisis *numeric* dan metode modus diasumsikan. Metode analisis *numeric* yang digunakan termasuk metode beda hingga dan metode elemen hingga. Metode beda hingga dan metode elemen hingga telah digunakan dalam memperoleh karakteristik dinamik robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link* yang menggabungkan sistem redaman, *hub* inersia dan *payload* (Aoustin, *et al.*, 1994).

Hasil investigasi menunjukkan bahwa metode elemen hingga dapat digunakan untuk mendapatkan representasi model

yang baik pada sistem robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link* (Tokhi, Mohamed, & Shaheed, 2001).

Metode modus yang diasumsikan (*assumed mode method*, AMM) yaitu dengan mendapatkan mode perkiraan dan menyelesaikan persamaan diferensial parsial untuk karakteristik dinamik sistem. Biasanya persamaan diferensial dapat diperoleh dengan merepresentasikan lenturan (*deflection*) pada robot lengan lentur sebagai penjumlahan mode. Setiap mode diasumsikan menjadi hasil pada dua fungsi, yaitu satu sebagai fungsi jarak sepanjang lengan dan yang kedua sebagai koordinat yang tergantung pada waktu.

Sebelumnya studi memanfaatkan pendekatan AMM untuk pemodelan robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link* telah menunjukkan bahwa mode pertama cukup untuk mengidentifikasi dinamika robot lengan lentur (*flexible*). Hasil yang relatif mendekati sama antara teori dan eksperimen juga telah dipaparkan (Martins, *et al.*, 2003). Selain itu, beberapa metode lain juga telah dipelajari untuk memodelkan robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link*, seperti menggunakan algoritma *particle swarm optimisation* (Alam & Tokhi, 2007) dan juga dengan prinsip Hamilton dan metode Galerkin (Pratiher & Dwivedy, 2007).

Metode yang hampir sama untuk pemodelan robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link*, metode elemen hingga dan AMM juga telah digunakan untuk pemodelan RLDL.

Namun, kompleksitas sangat berbeda jauh dengan proses pemodelan dibandingkan dengan kasus robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link*. Yang & Sadler (1990) telah mengembangkan model elemen hingga untuk menggambarkan lenturan (*deflection*) RLDL.

Sebuah model dinamik RLDL juga telah dikembangkan menggunakan metode elemen hingga memanfaatkan matriks inersia (Usoro, Nadira, & Mahil, 1986). De Luca & Siciliano (1991) telah memanfaatkan AMM untuk memperoleh model dinamik RLDL yang membatasi kasus RLDL tanpa efek torsi.

Model robot lengan lentur (*flexible*) satu-*link* yang dapat lebih mudah diadaptasikan untuk pengembangan model RLDL telah dipaparkan oleh Morris & Madani (1996) telah menunjukkan adanya keakuratan *link*-satu bagi model link berikutnya. Model dinamik RLDL dapat dikembangkan dengan adanya istilah deformasi geser. Subudhi & Morris (2002) juga menyajikan pendekatan sistematis untuk menurunkan model dinamik untuk manipulator *n-link*. Subudhi melakukan transformasi, matriks dua-homogen yang digunakan untuk menggambarkan gerakan lengan biasa (kaku) dan lengan lentur (*flexible*). Teknik pemodelan untuk menghubungkan RLDL berdasarkan metode koordinat titik absolut juga telah dikembangkan (Tian, *et al.*, 2009).

Penelitian ini menyajikan penyelidikan pemodelan dinamik dan karakterisasi RLDL

dengan menggabungkan struktural *damp-ing* dan inersia penghubung antarlengan. Untuk mendapatkan model yang mudah dipahami, digunakan gabungan Euler-Lagrange dan teknik modus diskritisasi untuk menurunkan model dinamik pada sistem RLDL. Simulasi model dinamik dilakukan menggunakan Matlab dan Simulink.

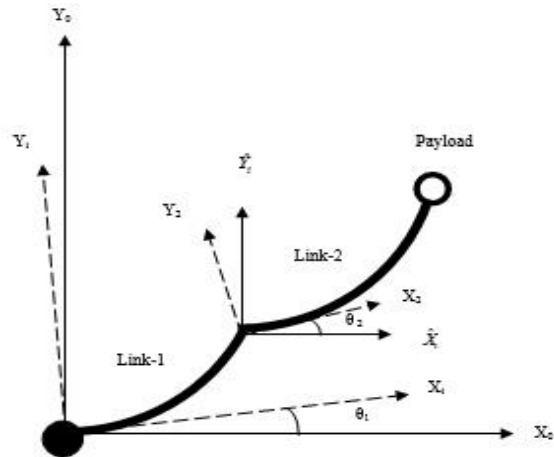
Analisa pada sistem respon meliputi respon pada posisi sudut, modal perpindahan, percepatan pada ujung titik akhir dan kerapatan spektral daya (PSD) percepatan pada ujung titik akhir. Analisa dilakukan dalam fungsi waktu dan frekuensi. Penelitian ini dapat digunakan sebagai landasan dalam mendesain dan mengembangkan teknik sistem kendali yang akurat untuk RLDL.

Robot Lengan Lentur (*Flexible*) Dua-Link

Gambar 1 menunjukkan struktur sistem RLDL yang dilakukan dalam penyelidikan ini. *Link* yang diturunkan secara serial dan digerakkan oleh motor dan *hub* dengan setiap motor pada *link-1* dan *link-2*. *Link* dengan memiliki panjang l_i panjang dengan massa densitas ρ_i per satuan panjang. Posisi *link* pertama adalah dikopelkan pada motor-1 sedangkan motor kedua terpasang di ujung *link* pertama.

E dan I mewakili Young modulus dan momen inersia pada kedua ujung *link*. X_0Y_0 adalah pembatas koordinat inersia, sedangkan X_iY_i merupakan koordinat link biasa (kaku) yang terkait dengan *link* ke- i

dan \hat{X}_i, \hat{Y}_i adalah pembatas koordinat dinamis. θ_1 dan θ_2 sebagai posisi sudut



Gambar 1. Skema RLDL (M. Khairudin *et al*, 2014)

link-1 dan *link-2* dan $v_i(x_i, t)$ adalah vektor perpindahan. M_p adalah massa muatan sedangkan inersia J_p inersia muatan di ujung titik akhir *link-2*.

Parameter fisik sistem RLDL dalam studi ini ditunjukkan pada Tabel 1. M_{h2} adalah massa pada motor kedua yang terletak di antara kedua link, J_{hi} adalah inersia dari motor ke- i dan penghubung antar *link*. Torsi masukan, $\tau_i(t)$ pada setiap motor dan G_i adalah rasio gear untuk motor ke- i . Kedua *link* dan motor dianggap memiliki dimensi ukuran fisik yang sama.

Pemodelan Dinamik RLDL

Bagian ini menyajikan pemodelan singkat dari RLDL yang digunakan dalam pengujian ini. Dalam paper ini, pemodelan dinamik RLDL dikembangkan berdasarkan

Table 1. Parameter RLDL

Symbol	Parameter	Value	Unit
M-L1=ML2	Mass of link	0.08	kg
	Mass density	2.6x103	kgm-1
G	Gear ratio	10	-
EI	Flexural rigidity	1.77x103	Nm2
Jh	Motor and hub inertia	1.46 x10-3	kgm2
Mp	Payload mass max	0.1	kg
	Payload mass min	0	
l	Length	0.5	
Jp	Payload inertia max	5 x10-3	kgm2
	Payload inertia min	0	
Mh2	Mass of the centre rotor	0.5	kg

metode modus kombinasi Euler-Lagrange dan mode yang diasumsikan. Untuk menurunkan persamaan gerak dinamika sistem, jumlah energi yang terkait dengan sistem RLDL harus dihitung dengan menggunakan formulasi kinematika. Energi kinetik total adalah sebagai berikut.

$$T = T_R + T_L + T_P \quad (1)$$

dimana T_R , T_L , T_P , dan merupakan energi kinetik (*joule*) yang terkait dengan masing-masing rotor, *link*, dan *hub*. Energi kinetik dari rotor ke-*i* dapat diperoleh sebagai berikut.

$$T_R = \frac{1}{2} G_i^2 J_h \dot{\alpha}_i^2 \quad (2)$$

dimana $\dot{\alpha}_i$ adalah kecepatan sudut rotor tentang sumbu utama ke-*i*. Energi kinetik dari dua-link dapat ditemukan sebagai:

$$T_L = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \rho_i \int_0^{l_i} \dot{r}_i^T(x_i) \dot{r}_i(x_i) dx_i \quad (3)$$

dimana ${}^0\dot{r}_i(x_i)$ adalah vektor kecepatan pada suatu titik dengan $r_i(x_i) = \begin{Bmatrix} x_i \\ v_i(x_i, t) \end{Bmatrix}$ yang sesuai $X_0 Y_0$.

Sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 1 dan formulasi kinematika, energi kinetik yang terkait dengan beban dapat ditulis sebagai berikut.

$$T_{PL} = \frac{1}{2} M_p \dot{p}_{n+1}^T \dot{p}_{n+1} + \frac{1}{2} I_p (\dot{\Omega}_n + \dot{v}'_n(l_n))^2 \quad (4)$$

$$\text{dimana } \dot{\Omega}_n = \sum_{j=1}^n \theta_j + \sum_{k=1}^{n-1} \dot{v}'_k(l_k)$$

sebagai jumlah *link*, *prime*, dan *dot* merupakan derivatif pertama berkenaan dengan variabel ruang dan waktu. Energi potensial total U (*joule*), dari sistem yang disebabkan oleh deformasi *link* dengan mengabaikan efek gravitasi dapat ditulis sebagai berikut.

$$U = \sum_i^n \frac{1}{2} \int_0^{l_i} (EI)_i \left(\frac{d^2 v_i(x_i)}{dx_i^2} \right)^2 dx_i \quad (5)$$

dimana E adalah kekakuan dan kelenturan lengan pengusun dan $v_i(x_i)$ merupakan sifat kelenturan (*deflection*) *link* ke- i pada titik $x_i(0 \leq x_i \leq l_i)$. Lendutan dan kelenturan lengan ini dapat dinyatakan sebagai superposisi mode-bentuk dan waktu perpindahan modal tergantung seperti

$$v_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^{n_m} \phi_j(x_i) q_j(t) \quad (6)$$

dimana $q_j(t)$ dan $\phi_j(x_i)$ adalah perpindahan modal j dan Fungsi mode bentuk j untuk *link*- i . Untuk memasukkan muatan/beban, massa efektivitas pada ujung *link* (M_{L1}) untuk *link*-1 dan M_{L2} untuk *link*-2) ditetapkan sebagai berikut.

$$M_{L1} = m_2 + m_{h2} + M_p \quad (7)$$

$$M_{L2} = M_p$$

dan efektivitas inersia dari *link* (J_{L1}) untuk *link*-1 dan J_{L2} untuk *link*-2) dapat ditulis dengan persamaan berikut.

$$J_{L1} = J_{o2} + J_{h2} + J_p + M_p l_2^2 \quad (8)$$

$$J_{L2} = J_p$$

dimana m_2 adalah massa *link*-2 dan J_{o2} merupakan inersia gabungan *link*-2 tentang bersama-2 sumbu.

Vektor koordinat terdiri untuk posisi *link*, (θ_1, θ_2) dan perpindahan modal (q_1, q_2, q_p, q_2) . Vektor gaya adalah $F = \{\tau_1, \tau_2, 0, 0, 0, 0\}^T$, di mana τ_1 dan τ_2 adalah torsi yang digunakan sebagai *input* pada *hub* *link*-1 dan *link*-2.

Persamaan dinamika gerak RLDL dapat diturunkan menggunakan persamaan Euler-Lagrange dengan Langrangian $L = T - U$. Berdasarkan persamaan redaman, persamaan dinamis yang diinginkan pada RLDL gerak dapat diperoleh sebagai berikut.

$$M(\theta, q) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_1(\theta, \dot{\theta}) \\ f_2(\theta, \dot{\theta}) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} g_1(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) \\ g_2(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ Kq \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

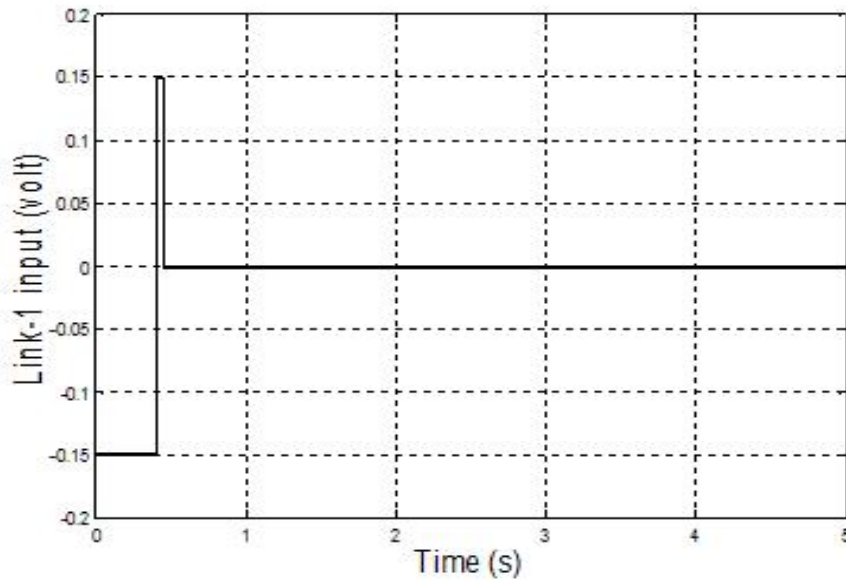
dimana f_1 dan f_2 adalah Coriolis vektor dan kekuatan sentrifugal, M adalah matriks massa, g_1 dan g_2 adalah vektor yang disebabkan hubungan antara sudut *link* dan dengan perpindahan modal. K adalah kekakuan (rigiditas) matrik diagonal yaitu $\omega_i^2 m_i$ dan D merupakan struktur redaman pasif sebagai berikut.

$$K = \text{diag} \left\{ 0, 0, \omega_{11}^2 * m_1, \omega_{12}^2 * m_1, \omega_{21}^2 * m_2, \omega_{22}^2 * m_2 \right\} \quad (10)$$

$$D_i = 0.1 \sqrt{K_i}, i = 3, \dots, 6$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini, hasil simulasi karakteristik dinamika sistem RLDL disajikan dalam domain waktu dan domain frekuensi. Sinyal *input bang-bang* dengan amplitudo 0,15 volt untuk *link*-1 dan 0.03 volt untuk *link*-2, ditunjukkan dalam Gambar 2. Sinyal ini digunakan sebagai momen masukan diterapkan pada *hub* manipulator. Sebuah torsi *bang-bang* memiliki (akselerasi) positif dan negatif (perlambatan) periode memungkinkan



Gambar 2. Input Bang-bang

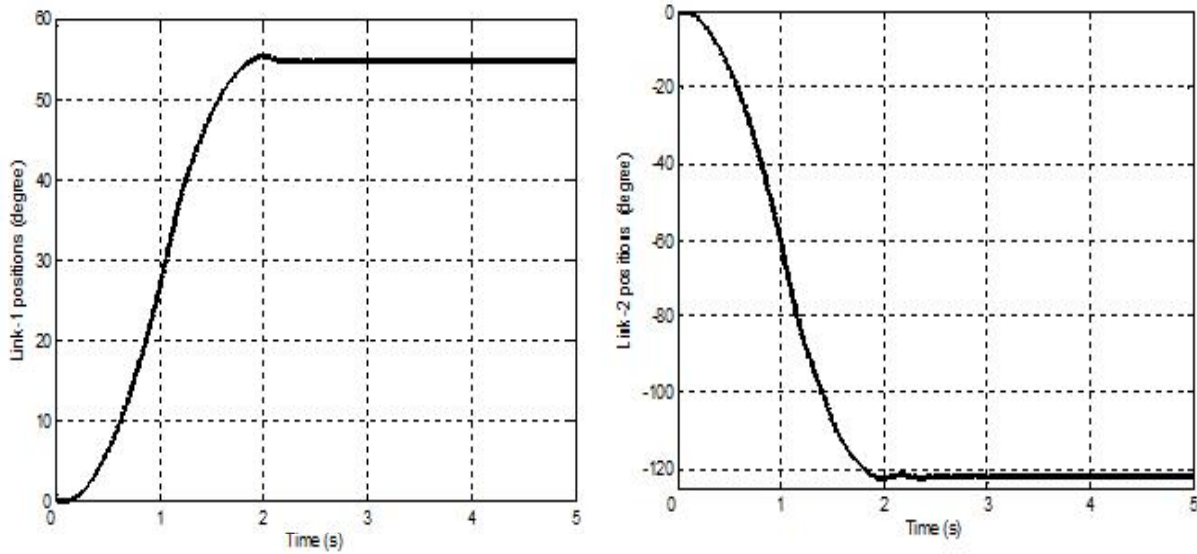
manipulator untuk, awalnya, mempercepat dan kemudian melambat dan akhirnya berhenti di lokasi target. Sistem tanggapan dimonitor untuk jangka waktu 5 detik, dan hasilnya direkam dengan waktu *sampling* 1 ms. Tiga tanggapan sistem yaitu posisi sudut, perpindahan modal dan percepatan titik akhir di kedua link dengan PSD percepatan titik akhir diperoleh dan dievaluasi.

Tabel 1 menunjukkan parameter fisik dari *dualink* manipulator fleksibel yang digunakan dalam simulasi ini. Algoritma simulasi yang dikembangkan berdasarkan gabungan Euler-Lagrange dan model AMM diimplementasikan dalam Matlab dan Simulink pada prosesor Intel Celeron 1,73 GHz. Tabel 2 menunjukkan parameter $_{ij}$ untuk kedua *link* dan mode. Perlu dicatat bahwa parameter $_{ij}$ berpengaruh pada karakteristik mode bentuk.

Table 2. Hubungan Beban dan Parameter $_{ij}$ for Link-1 and Link-2

Beban (kg)	Link-1		Link-2	
	11	12	21	22
0	1.48	2.04	3.75	9.39
0.10	1.46	1.92	2.49	7.12
0.50	1.46	1.54	1.74	5.08

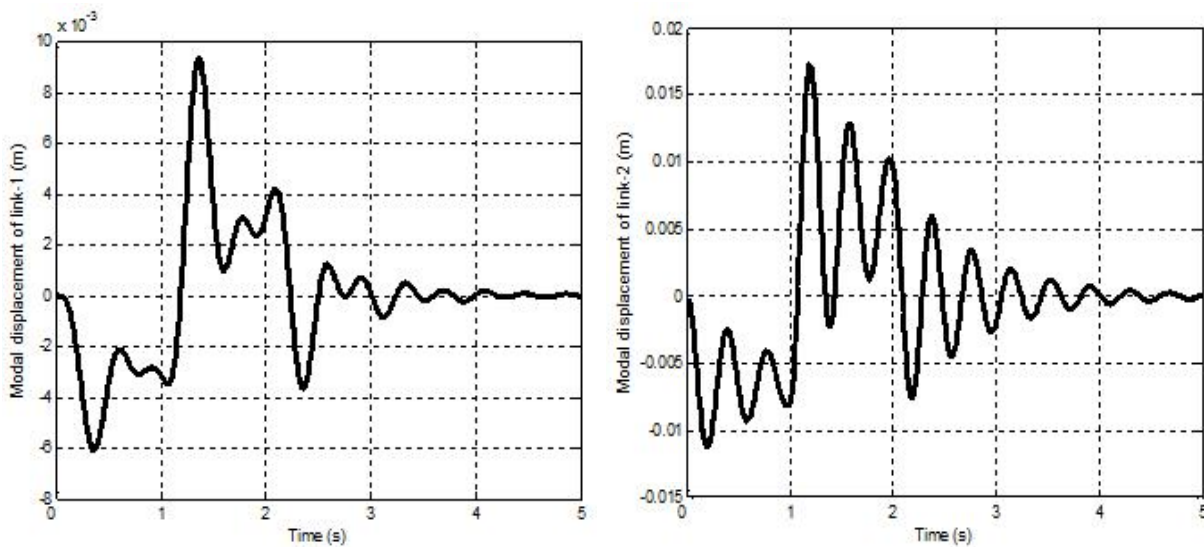
Gambar 3 menunjukkan posisi sudut yang terjadi pada kedua lengan RLDD. Perlu dicatat bahwa keadaan stabil untuk posisi sudut $54,56^{\circ}$ dan $-122,33^{\circ}$ dicapai dalam waktu 1,8 s untuk *link-1* dan *link-2*. Waktu untuk respon sinyal dengan spesifikasi posisi sudut untuk *link-1* yang dicapai dalam *settling time* dan *overshoot* sebesar 2,00 s dan 1,35%. Di sisi lain, *settling time* dan *overshoot* untuk *link-2* diperoleh pada saat 1,99 s dan 0,35%. Berdasarkan data simulasi maka tampak sekali berbekal *input* yang kecil dapat



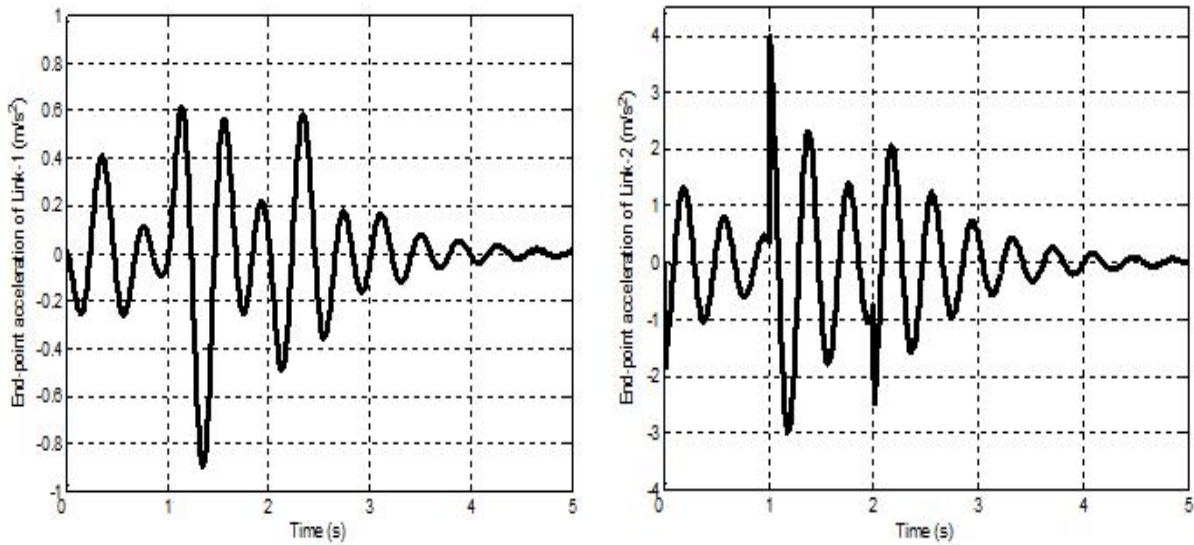
Gambar 3. Sudut Posisi pada RLDL

menggerakkan lengan-lengan robot secara maksimal. Hal ini dapat dikatakan bahwa sistem RLDL ini lebih efisien dalam pemakaian sumber energi dibandingkan dengan robot lengan biasa yang masih memerlukan energi yang besar untuk dapat menggerakkan lengan robot untuk jarak yang gerakan yang besar.

Gambar 4 dan 5 menunjukkan respon perpindahan modal dan percepatan pada ujung *link* yang terjadi pada RLDL. Respon perpindahan modal terjadi osilasi antara -6.1×10^{-3} m sampai 9.3×10^{-3} m pada *link-1* dan pada *link-2* terjadi osilasi antara -11.2×10^{-3} m sampai 17.3×10^{-3} m. Di sisi lain, respon



Gambar 4. Respon Perpindahan pada Modal



Gambar 5. Tanggapan Percepatan pada Titik Ujung Lengan

percepatan pada titik ujung setiap lengan berkisar antara $-0,89$ hingga $0,61 \text{ m/s}^2$ pada *link-1*, sedangkan pada *link-2* percepatan yang terjadi pada ujung *link* berkisar antara $-2,98$ sampai $3,96 \text{ m/s}^2$.

Gambar 6 menunjukkan PSDs percepatan pada titik ujung yang ditampilkan dalam domain frekuensi. Perlu dicatat untuk dua mode pertama getaran, frekuensi resonansi pada *link-1* diperoleh masing-masing pada 4 Hz dan 55 Hz dan untuk *link-2* adalah 4 Hz dan 52 Hz .

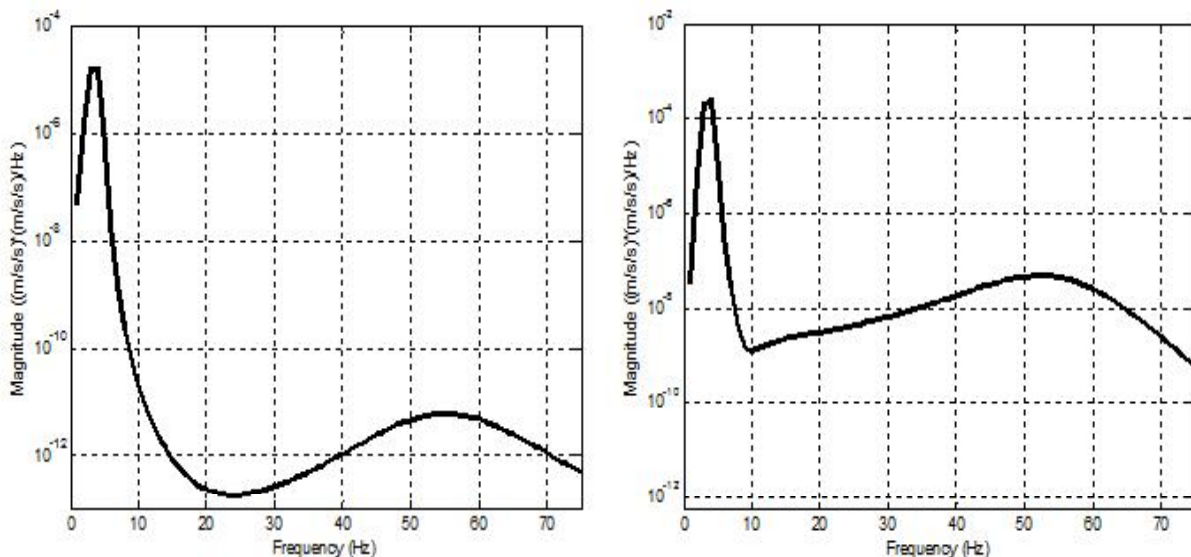


Figure 6. PSD pada Titik Ujung Kedua Lengan RLDL

KESIMPULAN

Pengembangan model dinamika RLDD yang menggabungkan struktur redaman dan inersia pada penghubung antara motor dan lengan telah diuraikan di atas. Model ini dikembangkan menggunakan gabungan AMM dan pendekatan Euler-Lagrange. Hasil simulasi dari model dinamika sistem telah dilakukan dalam domain waktu dan frekuensi dengan analisa respon sistem pada area posisi sudut, perpindahan modal dan percepatan di titik ujung lengan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa getaran yang signifikan terjadi pada pergerakan sistem yang merepresentasikan model yang ada. Adapun validasi telah dilakukan dengan membandingkan pada publikasi yang telah terdahulu. Berdasarkan data simulasi maka tampak sekali berbekal *input* yang kecil dapat menggerakkan lengan-lengan robot secara maksimal. Hal ini dapat dikatakan bahwa sistem RLDD ini lebih efisien dalam pemakaian sumber energi dibandingkan dengan robot lengan biasa yang masih memerlukan energi yang besar untuk dapat menggerakkan lengan robot untuk jarak yang gerakan yang besar. Hasil ini akan sangat membantu dalam pengembangan algoritma sistem kendali yang efektif pada RLDD.

DAFTAR PUSTAKA

Alam, M.S., & Tokhi, M. 2007. Dynamic Modelling of A Single-Link Flexible Manipulator System: A Particle Swarm

Optimisation Approach. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 26, 57-72.

Aoustin Y., Chevallereau, C., Glumineau, A., & Moog C.H. 1994. Experimental Results for The End-Effector Control of A Single Flexible Robotic Arm. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2, 371-381.

De Luca, A., & Siciliano, B. 1991. Closed-Form Dynamic Model of Planar Multi-Link Lightweight Robots. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 21, 826-839.

Dwivedy, S.K., & Eberhard, P. 2006. Dynamic Analysis of Flexible Manipulators, A Literature Review. *Mechanism and Machine Theory*, 41, 749-777.

Khairudin, M., Mohamed, Z., Husain, A.R., & Mamat, R. 2014. Dynamic Characterisation of a Two-Link Flexible Manipulator: Theory and Experiments. *International Journal of Advances in Robotics Research*, 1(1), 061-079.

Martins, J.M., Mohamed, Z., Tokhi, M.O., Sa da Costa, J., & Botto, M.A. 2003. Approaches for Dynamic Modelling of Flexible Manipulator Systems. *IEE Proc-Control Theory and Application*, 150, 401-411.

Morris A.S., & Madani, A. 1996. Inclusion of Shear Deformation Term to Improve Accuracy in Flexible-Link Robot Modelling. *Mechatronics*, 6, 631-647.

Pratiher, B., & Dwivedy, S.K. 2007. Non-Linear Dynamics of A Flexible Single Link Cartesian Manipulator. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42, 1062- 073.

- Subudhi, B., & Morris, A.S. 2002. Dynamic Modelling, Simulation and Control of A Manipulator with Flexible Links and Joints. *Robotics and Autonomous System*, 41, 257-270.
- Tian, Q., Zhang, Y.Q., Chen, L.P., & Yang, J. 2009. Two-Link Flexible Manipulator Modeling and Tip Trajectory Tracking Based on The Absolute Nodal Coordinate Method. *International Journal of Robotics and Automation*, 24, 103-114.
- Tokhi, M.O., Mohamed, Z., & Shaheed, M.H. 2001. Dynamic Characterisation of A Flexible Manipulator System. *Robotica*, 19, 571-580.
- Usoro, P.B., Nadira, R., & Mahil, S.S. 1986. A Finite Element/Lagrangian Approach to Modelling Light Weight Flexible Manipulators. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 108, 198-205.
- Yang, Z., & Sadler, J.P. 1990. Large-Displacement Finite Element Analysis of Flexible Linkage. *ASME Journal of Mechanical Design*, 112, 175-182.